

Suites géométriques : Comment analyser un énoncé ?

En 2017, des scientifiques ont estimé la masse totale de déchets plastiques dans les océans à 300 millions de tonnes et ont prévu une augmentation de 5,8 % par an au cours des prochaines années.

En 2015, un village de campagne comptait 8 500 habitants. À cause de l'exode rural, la population de ce village risque de continuer à diminuer chaque année de 4 % par an.

Question :

Calculer la masse totale de déchets, arrondie à 10^{-2} , prévue en 2040.

Quelle est l'estimation du nombre d'individus, à l'unité près, en 2042 ?

Pour cela, on note U_n la masse totale de ces déchets, exprimée en millions de tonnes, pour l'année $(2017 + n)$.

Pour cela, on note U_n le nombre d'individus de ce village pour l'année $(2015 + n)$.

Analyse préliminaire de nos deux suites :

Quatre questions auxquelles vous devez répondre avant de commencer l'exercice :

- | | |
|--|--|
| a) Quelle est la nature de la suite ? | Arithmétique ou géométrique. |
| b) Quelle est la valeur de sa raison ? | $r = \dots$ ou $q = \dots$ |
| c) Quelle est la valeur de son terme initial ? | $U_0 = \dots$ |
| d) Expression de U_n en fonction de n . | $U_n = U_0 + n \times r$ ou $U_n = U_0 \times q^n$ |

a) **Géométrique** car lors d'une évolution en %, on multiplie par notre coef.

b) $q = 1 + \frac{5,8}{100} = 1,058$

c) $U_0 = 300$

d) $U_n = U_0 \times q^n$

$$U_n = 300 \times 1,058^n$$

a) **Géométrique** car lors d'une évolution en %, on multiplie par notre coef.

b) $q = 1 - \frac{4}{100} = 0,96$

c) $U_0 = 8\,500$

d) $U_n = U_0 \times q^n$

$$U_n = 8\,500 \times 0,96^n$$

Correction de la question :

D'après l'énoncé :

- U_n correspond à l'année $(2017 + n)$

Donc en 2040, on aura : $n = 23$

Appliquons notre formule :

$$U_{23} = 300 \times 1,058^{23} \approx 1\,097,21$$

D'après l'énoncé :

- U_n correspond à l'année $(2015 + n)$

Donc en 2042, on aura : $n = 27$

Appliquons notre formule :

$$U_{27} = 8\,500 \times 0,96^{27} \approx 2\,823$$