

## Suites :

## Démontrer qu'une suite est géométrique.

On s'intéresse à l'évolution du nombre d'abonnés d'un nouveau réseau social.  
À la fin 2019, le réseau compte exactement 600 personnes abonnées.

L'administration de la plateforme prévoit chaque année que 20 % des anciens abonnés ne se réabonnent pas, et que 2 000 nouvelles personnes s'abonnent.

On note  $U_n$  le nombre d'abonnés sur la plateforme en 2019 +  $n$ .

Ainsi :  $U_0 = 600$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_{n+1} = 0,8 \times U_n + 2000$

On considère une suite auxiliaire  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_n - 10000$

1) Démontrer que la suite  $(V_n)$  est géométrique.

### Qu'est-ce qu'une suite géométrique ?

#### En français :

Pour passer d'un terme au suivant,  
on multiplie toujours par le même  
nombre que l'on note  $q$  (la raison).

#### En mathématique :

Il existe un réel  $q$  tel que :

Pour tout  $n$ ,  $V_{n+1} = V_n \times q$

### Comment démontrer que $(V_n)$ est géométrique ?

Il suffit de démontrer notre égalité :

soient  $q$  un réel et  $n \geq 0$  un entier.

On calcule  $V_{n+1}$

On calcule  $V_n \times q$

On cherche la valeur de  $q$  pour avoir la même chose à gauche et à droite.

### Correction de la question 1)

Soient  $r$  un réel et  $n > 0$  un entier.

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= U_{n+1} - 10000 \\ &= 0,8U_n + 2000 - 10000 \end{aligned}$$

$$V_{n+1} = 0,8U_n - 8000$$

$$V_n \times q = (U_n - 10000) \times q$$

$$V_n \times q = U_n \times q - 10000q$$

Avec  $q = 0,8$ , nous obtenons que pour  
tout  $n \geq 0$  entier,  $V_{n+1} = V_n \times q$

2) Calculer la valeur de  $V_0$  et exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ .

3) En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .

### Correction des questions 2) et 3)

$$2) V_0 = U_0 - 10000 = 600 - 10000 = -9400$$

Pour tout entier  $n$ ,  $V_n = V_0 \times q^n = -9400 \times 0,8^n$

$$3) \text{ Pour tout } n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 10000 \text{ donc } U_n = -9400 \times 0,8^n + 10000$$