

Les suites :

Calculons $1 + 2 + 3 + \dots + n$

où n représente ici un entier supérieur à 0.

Avant cela, intéressons-nous à un certain Carl Friedrich Gauss :

Né le 30 avril 1777 à Brunswick (au nord de l'Allemagne).

Mort le 23 février 1855, à 78 ans, à Göttingen (Allemagne).

Gauss est considéré par ses pairs **comme le prince des mathématiciens**. Il est à la fois le dernier des classiques, et le premier des modernes, c'est-à-dire qu'**il a su résoudre des problèmes classiques avec des méthodes modernes**.

À 19 ans, il découvre par exemple le moyen de dessiner un polygone à dix-sept côtés à la règle et au compas.



Une anecdote relate comment Gauss a su, dès l'âge de 9 ans, faire preuve d'un **talent remarquable pour le calcul mental**. Voulant occuper ses élèves, son professeur lui demanda d'**effectuer la somme des nombres de 1 à 100**. Après très peu de temps, le jeune Gauss impressionne son professeur en donnant la bonne réponse. **et je vous propose de découvrir comment.**

Réalisons le calcul de Gauss :

Posons : $S = 1 + 2 + \dots + 99 + 100$

Écrivons cette somme dans l'ordre décroissant.

$$\begin{array}{r} S = 100 + 99 + \dots + 2 + 1 \\ + S = 1 + 2 + \dots + 99 + 100 \\ \hline 2S = 101 + 101 + \dots + 101 + 101 \end{array}$$

Conclusion :

$$2S = 100 \times 101 \iff S = \frac{100 \times 101}{2} = 50 \times 101 = \boxed{5\,050}$$

Démonstration dans le cas général :

Pour tout entier $n > 0$, posons : $S_n = 1 + 2 + \dots + (n-1) + n$

Écrivons cette somme dans l'ordre décroissant.

$$\begin{array}{r} S_n = n + (n-1) + \dots + 2 + 1 \\ + S_n = 1 + 2 + \dots + (n-1) + n \\ \hline 2S_n = (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1) + (n+1) \end{array}$$

Conclusion :

$$2S_n = n \times (n+1) \iff$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$