Le « CQFR » : Comment calculer un nombre dérivé ?

Propriété à utiliser :

Soient f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel de I.

On dit que f est dérivable en a s'il existe un nombre réel L tel que :

$$\boxed{\lim_{h \longrightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = L}$$

Le réel L ainsi obtenu, noté $f'(a)$, est appelé le nombre dérivé de f en a.

L'énoncé doit vous donner :

- Un intervalle I (ou une réunion d'intervalles).
- Une expression $f(x)$ qui représente la fonction f.
- Une valeur de $x = a$ où nous souhaitons connaître le nombre dérivé.

Étape n°1 :

Pour tout réel $h \neq 0$ où $a + h \in I$, développons et simplifions l'expression :

$$\boxed{f(a+h) - f(a)}$$

Si $a = 2$,

- Pour obtenir $f(a+h)$, on remplace x par $2 + h$ dans l'expression de $f(x)$.
- Pour obtenir $f(a)$, on remplace x par 2 dans l'expression de $f(x)$.

Étape n°2 :

Nous divisons par h l'expression ainsi obtenue pour obtenir :

$$\boxed{\frac{f(a+h) - f(a)}{h}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{1}{h} \times \left(f(a+h) - f(a) \right)}$$

Des simplifications doivent être possibles.

Étape n°3 :

On « remplace » tous les « h » par 0 pour réaliser le passage à la limite $h \to 0$.

Dans certains cas, vous ne pourrez pas forcément remplacer h par 0.
Par exemple, si cela vous fait diviser par 0, ce qui est interdit.

Dans ce cas, il est possible que f ne soit pas dérivable en a. Quand $h \to 0$, l'expression peut ne pas avoir de limite ou qu'elle soit égale à $+\infty$ ou $-\infty$.