

Suites arithmético - géométriques :

Le terme U_n représente le nombre d'abonnés à un magazine pour l'année $2014 + n$. En 2014, il y avait 20 200 abonnés et on estime que chaque année, il va perdre 3 % de ses abonnés et en avoir 2 661 de nouveaux.

Soit (V_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par :

$$V_n = U_n - 88\,700$$

On supposera que (V_n) est géométrique.

- 1) Déterminer, pour tout entier n , V_n en fonction de n .
- 2) En déduire, pour tout entier n , U_n en fonction de n .
- 3) Calculer alors le nombre d'abonnés pour l'année 2035, arrondi à l'unité.

1 On analyse l'énoncé.

1. a) Nature de la suite (U_n) ?

« perdre 3 % » veut dire que l'on multiplie par : $1 - \frac{3}{100} = 0,97$.

Ainsi, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,97 \times U_n + 2\,661$

La suite (U_n) est donc **ni arithmétique ni géométrique** mais plutôt **arithmético - géométrique** car pour passer d'un terme au suivant, nous faisons $\times 0,97$ et $+ 2\,661$.

1. b) Terme initial de la suite (U_n) ?

Le terme U_n de rang n représente l'année $2014 + n$.

Donc l'année 2014 est représentée par le terme U_0 de rang 0 avec $U_0 = 20\,200$

2 On exprime V_n en fonction de n avec (V_n) géométrique.

Il est possible de démontrer que (V_n) est géométrique de raison 0,97 :

$$\begin{aligned} \text{1) Ainsi pour tout } n \in \mathbb{N}, \quad V_n &= V_0 \times q^n \\ &= (U_0 - 88\,700) \times 0,97^n \\ &= (20\,200 - 88\,700) \times 0,97^n \end{aligned}$$

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, \quad V_n = -68\,500 \times 0,97^n$$

3 On en déduit des informations sur notre suite (U_n) .

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$U_n = V_n + 88\,700$$

$$U_n = -68\,500 \times 0,97^n + 88\,700$$

3) En 2035, nous aurons $n = 21$ donc :

$$U_{21} = -68\,500 \times 0,97^{21} + 88\,700$$

$$U_{21} \approx 52\,568$$