Dérivée et variations d'une fonction du 2^{nd} degré :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[\,-8\,;\,10\,]$ par :

$$f(x) = -0,2\,x^2 + 0,8\,x + 9$$

L'objectif est de compléter le tableau suivant :

x	-8		$\cdots$		10
Signe de $f'(x)$		$\cdots$	0	$\cdots$	
Variations de f	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

Pour cela :

1) Déterminer l'expression de $f'(x)$.

2) Étudier le signe de $f'(x)$ puis compléter les lignes 1 et 2 du tableau.

3) En déduire les variations de la fonction f puis compléter la ligne 3 du tableau.

1 Théorème que nous allons utiliser ici.

- **Si la dérivée f' est positive alors la fonction f est croissante.**
- **Si la dérivée f' est négative alors la fonction f est décroissante.**

2 On dérive f pour obtenir l'expression de $f'(x)$.

Pour tout réel $x \in [\,-8\,;\,10\,]$, $f(x) = -0,2\,x^2 + 0,8\,x + 9$

On applique la technique :

Pour tout réel $x \in [\,-8\,;\,10\,]$, $f'(x) = -0,2\,(\,x^2\,)' + 0,8\,(\,x\,)' + (\,9\,)'$

$f'(x) = -0,2 \times 2x + 0,8 \times 1 + 0$

Pour tout réel $x \in [\,-8\,;\,10\,]$, $f'(x) = \boxed{-0,4\,x + 0,8}$

3 On étudie le signe de $f'(x)$, fonction du 1^{er} degré.

Rappel sur le signe d'une fonction du 1^{er} degré :

x		??	
Signe de $m\,x + p$	**Signe de $-m$**	0	**Signe de m**

?? est le x tel que : $m\,x + p = 0$

Utilisons ce rappel :

x	-8		2		10
Signe de $f'(x) = -0,4\,x + 0,8$		$+$	0	$-$	

$-0,4\,x + 0,8 = 0 \iff x = 2$

4 On applique le théorème.

x	-8		2		10
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	a	$\nearrow$	b	$\searrow$	c

Déterminons alors les valeurs de a, b et c :

La valeur a est obtenue à partir de l'expression $f(x)$ en substituant x par -8.

$$a = f(-8) = -0,2 \times (-8)^2 + 0,8 \times (-8) + 9 = \boxed{-10,2}$$

$$b = f(2) = -0,2 \times 2^2 + 0,8 \times 2 + 9 = \boxed{9,8}$$

$$c = f(10) = -0,2 \times 10^2 + 0,8 \times 10 + 9 = \boxed{-3}$$

Ces valeurs peuvent aussi être obtenues à l'aide de la table des valeurs de la fonction f.